

2. LIMITA FUNKCE

Definice 2.1. Necht' $a \in \mathbb{R}$ a je dáno $\delta \in \mathbb{R}, \delta > 0$, pak interval

$$U_\delta(a) = (a - \delta, a + \delta)$$

nazýváme δ -okolím bodu a . Interval $U_\delta^-(a) = (a - \delta, a)$ nazýváme levým δ -okolím bodu a , podobně pak interval $U_\delta^+ = (a, a + \delta)$ pravým δ -okolím bodu a .

Dále množině

$$P_\delta(a) = U_\delta(a) \setminus \{a\} = (a - \delta, a) \cup (a, a + \delta)$$

budeme říkat prstencové δ -okolí bodu a . Množinám

$$P_\delta^- = U_\delta^- \setminus \{a\} = (a - \delta, a) \text{ resp. } P_\delta^+ = U_\delta^+ \setminus \{a\} = (a, a + \delta)$$

budeme říkat levé resp. pravé prstencové δ -okolí.

Definice 2.2. Necht' je dáno číslo $k \in \mathbb{R}$. Okolím bodu ∞ rozumíme interval

$$P_k(\infty) = U_k(\infty) = (k, \infty),$$

podobně okolím bodu $-\infty$ rozumíme interval

$$P_k(-\infty) = U_k(-\infty) = (-\infty, k).$$

Definice 2.3. Necht' $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Říkáme, že f má v bodě $a \in \mathbb{R}^*$ limitu $A \in \mathbb{R}^*$, právě když platí podmínka

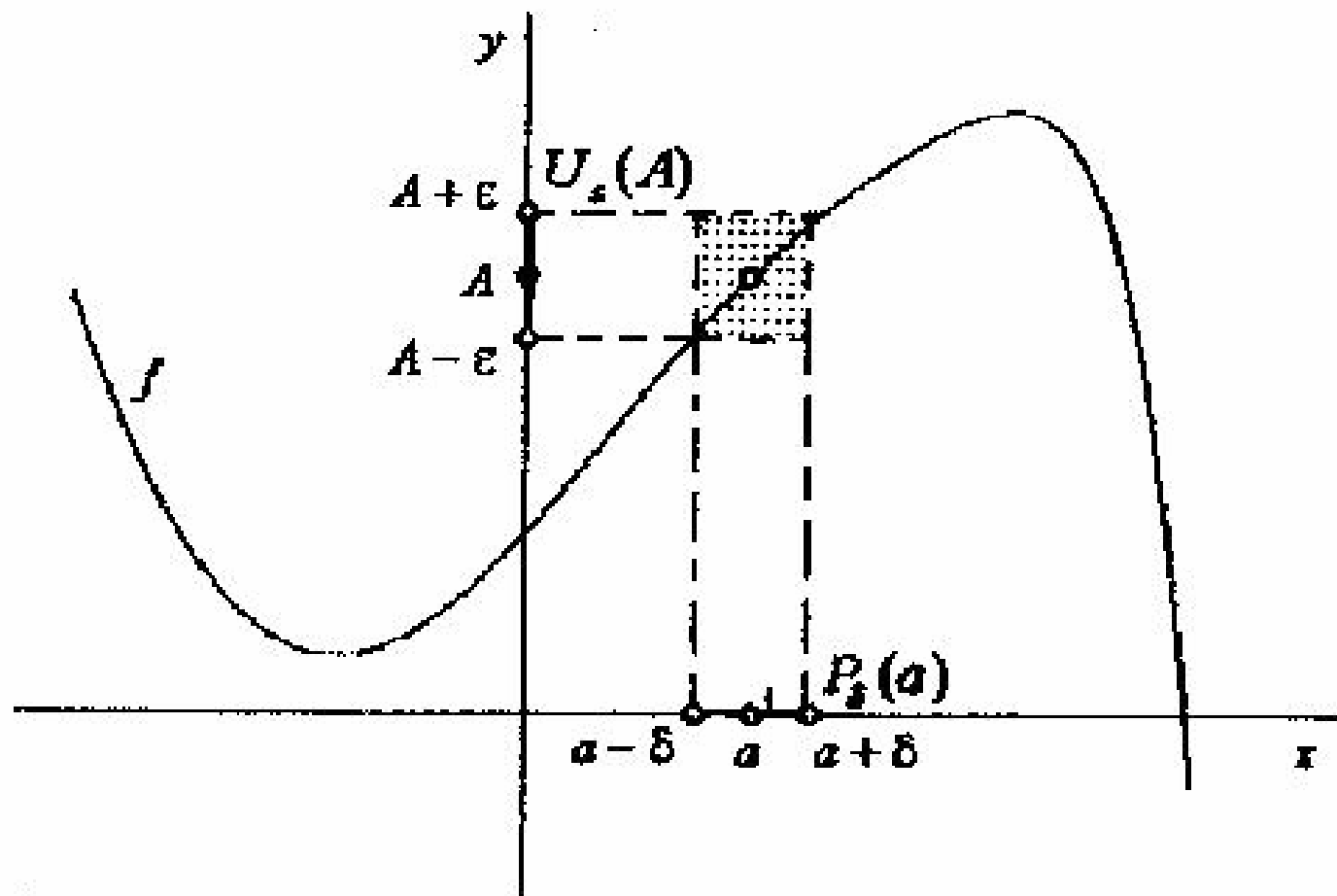
$$(L) : \quad \forall U(A) \exists P(a) \forall x \in \mathbb{R} : (x \in P(a) \Rightarrow f(x) \in U(A)).$$

Píšeme $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = A$. Pro $a \in \mathbb{R}$ jde o limitu ve vlastním bodě, zatímco pro $a \in \{-\infty, \infty\}$ jde o limitu v nevlastním bodě. Je-li $A \in \mathbb{R}$, říkáme, že f má vlastní limitu, zatímco je-li $A \in \{-\infty, \infty\}$, říkáme, že f má nevlastní limitu.

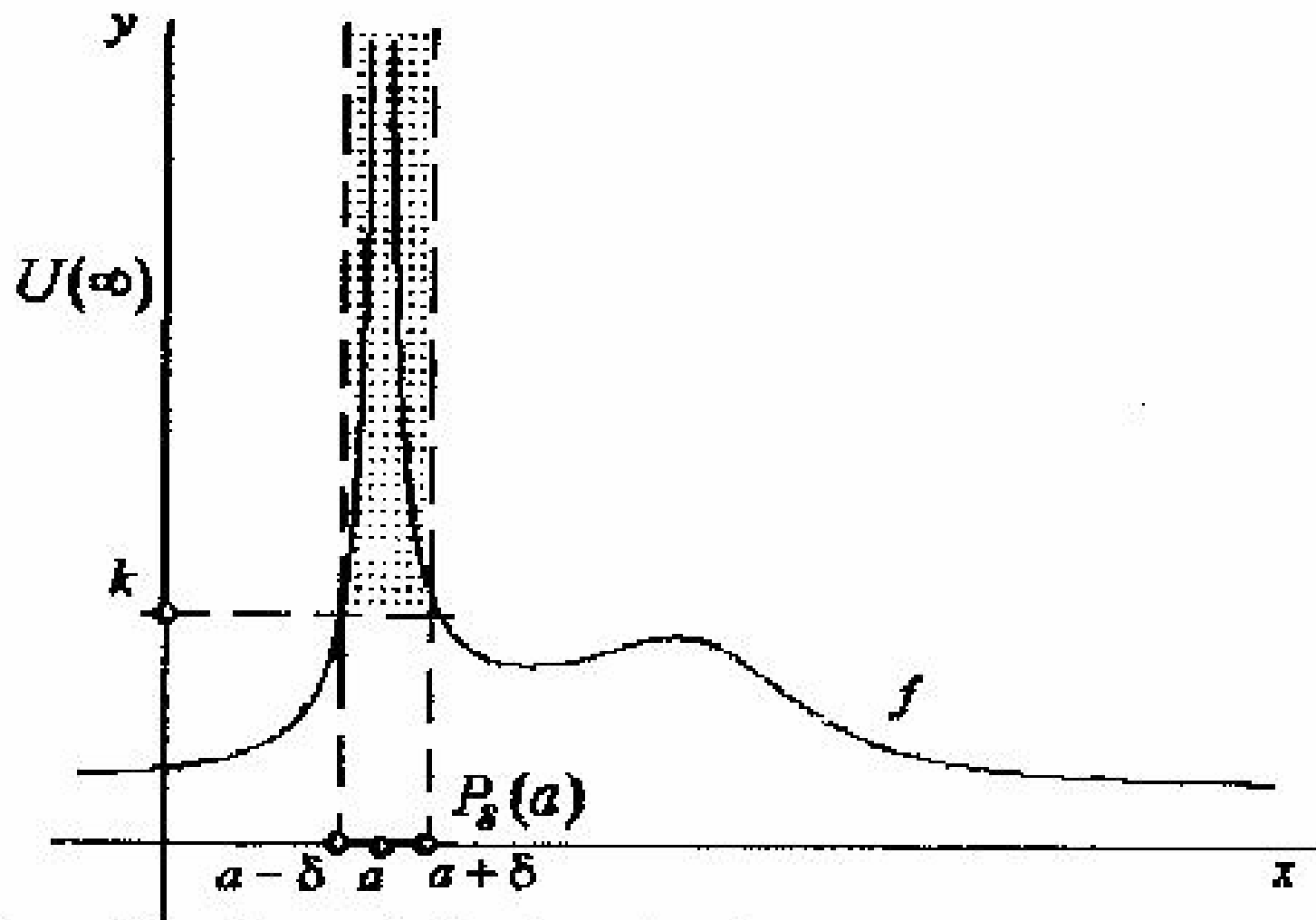
Definice 2.4. Necht' $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Říkáme, že f má v bodě $a \in \mathbb{R}$ limitu $A \in \mathbb{R}^*$ zprava, právě když platí podmínka

$$(L) : \quad \forall U(A) \exists P^+(a) \forall x \in \mathbb{R} : (x \in P^+(a) \Rightarrow f(x) \in U(A)).$$

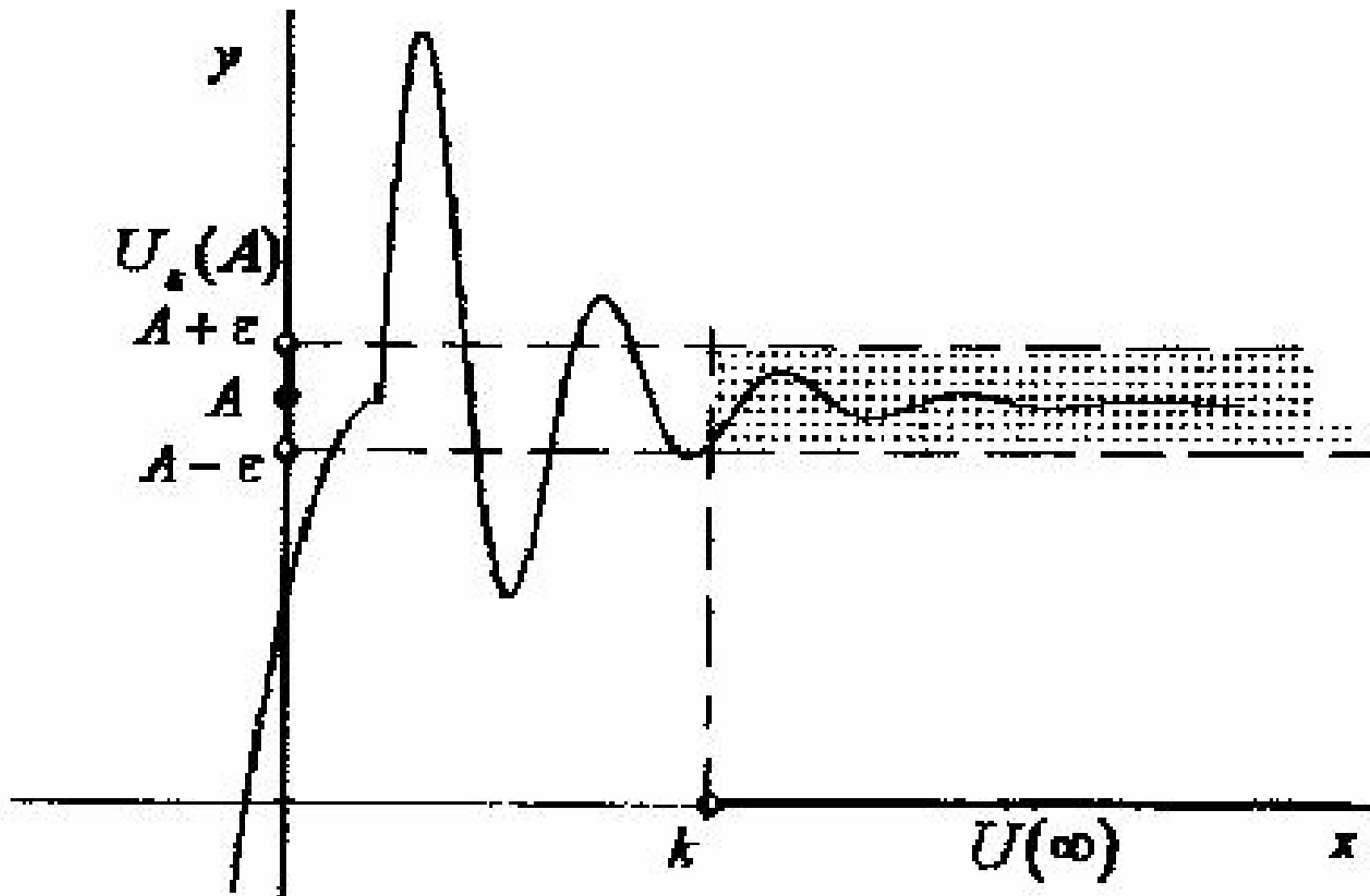
Píšeme $\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = A$. Podobně lze popsat limitu zleva, kde píšeme $P^-(a)$ místo $P^+(a)$ a $\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = A$.



Obr.: Vlastní limita funkce ve vlastním bodě.



Obr.: Nevlastní limita funkce ve vlastním bodě.



Obr. Vlastní limita v nevlastním bodě.